



2015 年安徽省高考模拟试卷(二)

数 学(理科)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。第 I 卷第 1 至第 2 页,第 II 卷第 2 至第 4 页。全卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

考生注意事项:

1. 答题前,考生务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的姓名、座位号。
2. 答第 I 卷时,每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。
3. 答第 II 卷时,必须使用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上书写,要求字体工整、笔迹清晰。作图题可用铅笔在答题卡规定位置画出,确认后再用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔描清楚。必须在题号所指示的答题区域作答,超出答题区域书写的答案无效,在试题卷、草稿纸上答题无效。
4. 考试结束,务必将试题卷和答题卡一并上交。

第 I 卷(选择题 共 50 分)

一、选择题:本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

(1) 已知 i 为虚数单位,设复数 $z_1 = a + 2i$, $z_2 = 4 - bi$,若 z_2 是 z_1 的共轭复数,则 $\left(\frac{b-a}{2}\right)^{2015} =$

- A. -1 B. 1 C. 0 D. 2015

(2) 命题“ $\exists x > 0, \ln x - x < 0$ ”的否定是

- A. $\exists x > 0, \ln x - x \geq 0$ B. $\exists x > 0, \ln x - x > 0$
C. $\forall x > 0, \ln x - x \geq 0$ D. $\forall x > 0, \ln x - x > 0$

(3) 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{3a^2} = 1 (a \neq 0)$ 的渐近线与虚轴所在的直线所成的锐角为

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

(4) 设非零向量 a, b , 满足 $a = (-1, 2)$, $|b| = 5$, $a \cdot b = 0$, 则 $b =$

- A. $(2\sqrt{5}, \sqrt{5})$ B. $(-2\sqrt{5}, -\sqrt{5})$
C. $(2\sqrt{5}, \sqrt{5})$ 或 $(-2\sqrt{5}, -\sqrt{5})$ D. $(2\sqrt{5}, -\sqrt{5})$ 或 $(-2\sqrt{5}, \sqrt{5})$

(5) 已知点集 $M = \{(x, y) | x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 \leq 0\}$, $N = \{(x, y) | x^2 - y^2 - 2x + 2y \geq 0\}$, 则 $M \cap N$ 所构成平面区域的面积为

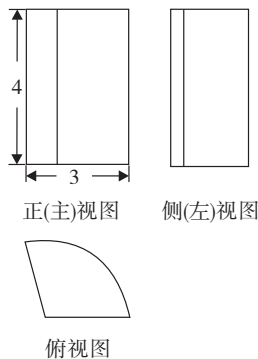
- A. π B. 2π C. 3π D. 4π

(6) $(x-1)\left(\frac{1}{x}+x\right)^6$ 的展开式中的一次项系数是

- A. 5 B. 14 C. 20 D. 35

(7) 由圆柱切割获得的某几何体的三视图如图所示, 其中俯视图是中心角为 120° 的扇形, 则该几何体的体积为

- A. 16π B. $\frac{16\pi}{3}$ C. 12π D. 36π



(8) 函数 $f(x) = \sin\omega x + \cos\omega x$ ($\omega > 0$) 的图像向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个长度单位, 所得函数图像在 $x = \frac{\pi}{6}$ 处函数有最小值, 则 ω 的最小正值是

- A. 3 B. $\frac{7}{2}$ C. 4 D. $\frac{9}{2}$

第(7)题图

(9) 已知若实数 x, y 满足: $\begin{cases} x-2y+1 \geq 0 \\ x < a \left(a > \frac{1}{3} \right) \\ x+y-1 \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = 3x - 4y + 3$ 的取值范围是 $[b, 2)$. 故实数 a, b 的值分别是

- A. $\frac{3}{7}, \frac{4}{3}$ B. $\frac{4}{3}, \frac{3}{7}$ C. $1, \frac{4}{3}$ D. $\frac{3}{7}, \frac{10}{7}$

(10) 除颜色不同外、其它特征都一样的八个乒乓球按顺序排成一排, 其中 4 个红色, 4 个白色, 恰好 3 个连续的红球排在一起, 则不同的排法共有

- A. 12 种 B. 16 种 C. 20 种 D. 24 种

第 II 卷(非选择题 共 100 分)

考生注意事项:

请用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上作答, 在试卷上作答无效.

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

(11) 某报业集团有 50 岁以上的老职工 360 人, 30 ~ 50 岁的中年职工 300 人, 30 岁以下的青年职工 240 人, 为了调查教师对延迟退休制度的满意度, 准备抽出 60 人进行问卷调查, 则青年职工应抽取的人数为_____.

(12) 已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=t \\ y=2t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho \cos^2 \theta = \sin \theta$. 设直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 则 $|\overrightarrow{AB}| =$ _____.

(13) 如图给出了一个程序框图,其作用是输入 x 的值,输出相应的 y 的值,若输出的 y 值为 4,则输入的 x 的值为_____.

(14) 已知函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是奇函数,且在 $(-\infty, 0]$ 是减函数,又函数 $g(x) = -f(|x|)$,若 $g(\log_2 x) < g(1)$,则实数 x 的取值范围为_____

(15) 各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,且 $a_1 = 3, 2S_n = a_n a_{n+1}$ 则下列命题正确的是_____ (写出所有正确命题的编号).

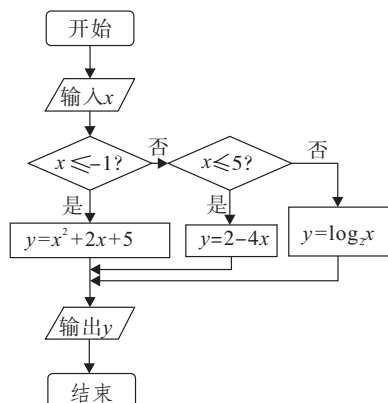
① $a_2 = 2$

② $a_{n+1} - a_n = 2$

③ 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列

④ $a_{2015} = 2017$

⑤ $S_n = \begin{cases} \frac{n^2 + 3n + 2}{2}, & n \text{ 为奇数} \\ \frac{n^2 + 3n}{2}, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$



第(13)题图

三. 解答题:本大题共 6 小题,共 75 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 解答应写在答题卡上的指定区域内.

(16) (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $\cos A = \frac{2}{3}, \sin B = \sqrt{5} \cos C$.

(I) 求 $\tan C$ 的值;

(II) 若 $a = \sqrt{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

(17) (本小题满分 12 分)

2014 年南京青年奥林匹克运动会, 又称南京青奥会, 于 2014 年 8 月 16 日 20 时在中国南京开幕. 为了参加南京青奥会, 我国从八支足球俱乐部中选出 18 人组成女子足球国家队, 队员来源人数如下表:

俱乐部	上海	广东	北京	深圳	山西	大连	四川	江苏
人数	6	3	3	2	1	1	1	1

(I) 从这 18 名队员中随机选出两名, 求两人来自同一俱乐部的概率;

(II) 2014 年 8 月 14 日, 2014 南京青奥会女子足球比赛拉开战幕, 在 B 组首轮争夺中, 中国 U15 国少队 2 比 0 战胜墨西哥队, 取得开门红, 若要求选出两位队员代表发言获胜感受, 设其中来自北京俱乐部的人数为 ζ , 求随机变量 ζ 的分布列及数学期望.

(18) (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 点 $(\sqrt{a_n}, S_n)$ 在曲线 $y = 2x^2 - 2$ 上.

(I) 求证: 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列;

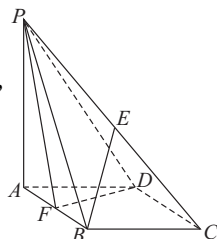
(II) 设数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{2^{n+1}}{(a_{n+1} - 1)S_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

(19) (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是平行四边形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $BD \perp PC$, $PA = AC = \sqrt{3}BD$, E 是 PC 的中点, F 是 AB 的中点.

(I) 求证: $BE \parallel$ 平面 PDF ;

(II) 求二面角 $P-DF-C$ 的余弦值.



第(19)题图

(20) (本小题满分 13 分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 与椭圆 $C': \frac{x^2}{4} + \frac{15y^2}{16} = 1$ 相交所得的弦长为 $2p$.

(I) 求抛物线 C 的标准方程;

(II) 设 A, B 是轨迹 C 上异于原点 O 的两个不同点, 直线 OA 和 OB 的倾斜角分别为 α 和 β , 当 α, β 变化且 $\alpha + \beta$ 为定值 $\theta (\tan \theta = 2)$ 时, 证明: 直线 AB 恒过定点, 并求出该定点的坐标.

(21) (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = mx - \frac{m}{x} - 2\ln x (m \in \mathbf{R})$.

(I) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(II) 证明: $\frac{\ln 2}{2} + \frac{\ln 3}{3} + \frac{\ln 4}{4} + \cdots + \frac{\ln n}{n} < \frac{n^2}{2(n+1)} (n \in \mathbf{N}^*)$.