



2015 年安徽省高考模拟试卷(四)

数 学(文科)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。第 I 卷第 1 至第 2 页,第 II 卷第 3 至第 4 页。全卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

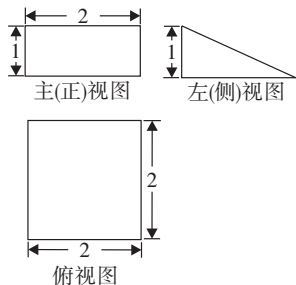
考生注意事项:

1. 答题前,考生务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的姓名、座位号。
2. 答第 I 卷时,每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。
3. 答第 II 卷时,必须使用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上书写,要求字体工整、笔迹清晰。作图题可用铅笔在答题卡规定位置画出,确认后再用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔描清楚。必须在题号所指示的答题区域作答,超出答题区域书写的答案无效,在试题卷、草稿纸上答题无效。
4. 考试结束,务必将试题卷和答题卡一并上交。

第 I 卷(选择题 共 50 分)

一、选择题:本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- (1) 复数 z 的虚部记作 $\text{Im}(z)$, 已知 i 为虚数单位, 则 $\text{Im}\left(\frac{13}{2i+3}\right) =$
- A. -3 B. 3 C. -2 D. 2
- (2) 已知集合 $A = \left\{x \mid y = \sqrt{\frac{x-1}{x-4}}\right\}$, $B = \{y \mid y = \sqrt{16-2^x}\}$, 则 $A \cap B =$
- A. $[1, 4]$ B. $[1, 4)$ C. $[0, 1]$ D. $(0, 4)$
- (3) 由数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{10}, y_{10})$ 求得线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$, 则“ (x_0, y_0) 满足线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ ”是“ $x_0 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{10}, y_0 = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_{10}}{10}$ ”的
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- (4) 设函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 当 $x \in (0, 1]$ 时, $f(x) = x + 3$, 则 $f\left(-\frac{1}{2}\right) =$
- A. $-\frac{3}{2}$ B. $-\frac{7}{2}$ C. -2 D. $-\frac{5}{2}$
- (5) 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积是
- A. $8 + 2\sqrt{5}$ B. $6 + 2\sqrt{5}$
- C. $8 + \sqrt{5}$ D. $6 + \sqrt{5}$



第(5)题图

(6) 已知 $m = \log_a \frac{3}{2} + \log_a 2$, $n = \log_b 9 - \log_b 3$, 若 $m < n$, 则下列结论中, 不可能

成立的是

A. $0 < b < a < 1$

B. $0 < a < b < 1$

C. $a > b > 1$

D. $0 < a < 1 < b$

(7) 执行如图所示的程序框图, 则输出结果是

A. 2

B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. -1

(8) 点 $(1, 1)$ 在不等式组 $\begin{cases} mx + ny \leq 2 \\ ny - mx \leq 2 \\ ny \geq 1 \end{cases} (m \in \mathbf{R}, n \in \mathbf{R})$ 表示的平面区域内,

则 $m^2 + n^2$ 的取值范围是

A. $[3, 4]$

B. $[2, 4]$

C. $[1, 4]$

D. $[1, 3]$

(9) 如图, 已知四边形 $ABCD$, $ADEF$ 均为平行四边形, $DE = BC = 2$, $BD \perp CD$, $DE \perp$ 平面 $ABCD$, 则四棱锥 $F-ABCD$ 的体积的最大值为

A. $2\sqrt{2}$

B. $\frac{4}{3}$

C. $\frac{3}{4}$

D. 2

(10) 已知函数 $f(x) = x + 1 (0 \leq x < 1)$, $g(x) = 2^x - \frac{1}{2} (x \geq 1)$, 函数 $h(x) =$

$\begin{cases} f(x), & 0 \leq x < 1 \\ g(x), & x \geq 1 \end{cases}$, 若方程 $h(x) - k = 0, k \in \left[\frac{3}{2}, 2\right]$ 有两个不同的实根 $m, n (m > n \geq 0)$, 则 $n \cdot g(m)$ 的

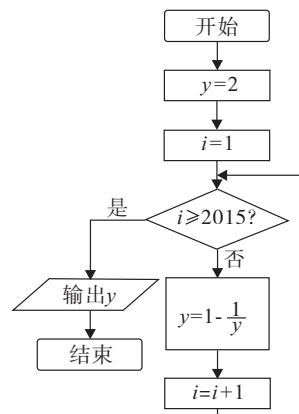
取值范围为

A. $\left[\frac{3}{2}, 2\right]$

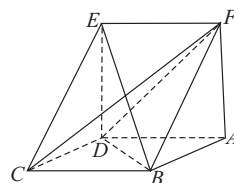
B. $\left[\frac{1}{4}, 2\right]$

C. $\left[\frac{3}{4}, 3\right]$

D. $\left[\frac{3}{4}, 2\right]$



第(7)题图



第(9)题图

第 II 卷(非选择题 共 100 分)

考生注意事项:

请用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上作答, 在试卷上作答无效.

(11) 北京时间 2014 年 9 月 30 日晚, 李娜的退役仪式在中网现场举行. WTA 主席阿拉斯特女士和李娜好朋友科维托娃先后发言并都盛赞李娜对中国、亚洲乃至整个女子网坛的影响和贡献, 纳达尔亲自为李娜献花. 近几年, 网球运动更是得到了迅速推广和发展, 群众基础更加坚实, 现随机询问 100 名性别不同的中学生是否爱好网球运动, 得到如下的列联表:

	男	女	总计
爱好	10	40	50
不爱好	20	30	50
总计	30	70	100

附表

$p(K^2 \geq k)$	0.10	0.05	0.025
k	2.706	3.841	5.024

则在犯错误的概率不超过_____的前提下认为“爱好该项运动与性别有关”.

(附:随机变量 $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$)

(12) 已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$, $a_1 a_2 a_3 = 5$, $a_7 a_8 a_9 = 10$, 则 $\log_2(a_4 a_5 a_6) =$ _____.

(13) 与圆 $x^2 + y^2 - 2y = 0$ 相交所得的弦长为 2, 且与直线 $x + 2y = 0$ 垂直的直线方程是_____.

(14) 设 AB 是椭圆的长轴, 点 C 在椭圆上, 且 $\angle CBA = \frac{\pi}{4}$, 若 $AB = 4$, $BC = \sqrt{2}$, 则椭圆的焦距为_____.

(15) 若存在不为零的常数 $T(T > 0)$ 和 M , 使得函数 $f(x)$ 当 x 取定义域中的任意值时, 都有 $f(x+T) - f(x) = M$, 那么 $f(x)$ 称为“ M 余数周期函数”, T 叫做“余数周期”. 已知 $g(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上以 1 为周期的函数, 且函数 $f(x) = x + g(x)$ 在 $[3, 4]$ 上的值域为 $[-2, 5]$, 现有以下结论:

① 函数 $h(x) = x + 2$ 不是“余数周期函数”;

② $f(x)$ 是 1 余数周期函数;

③ $f(x-3) = f(x) + 3$;

④ 已知存在常数 $T = 1$ 使得 $u(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的 3 余数周期函数, 则命题 p : “数列 $\{u(n)\}$ 中关系式 $u(n) - u(1) = 3n - 3, n \in \mathbf{N}^*$ 恒成立”;

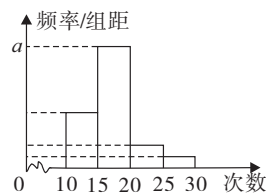
⑤ $f(x)$ 的图像向右平移 1 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度后, 所得图像与原函数图像重合. 其中真命题是_____. (写出所有满足条件的序号)

三. 解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 解答应写在答题卡上的指定区域内.

(16) (本小题满分 12 分)

保持口腔卫生对牙齿健康有好处. 英国一项新研究发现, 口腔内一种与牙龈疾病有关的细菌会增加早老性痴呆症(阿尔茨海默氏症)的风险. 因此注意平时的口腔卫生、定期检查口腔健康状况对降低这种风险十分重要. 医疗工作人员对某社区人员进行了刷牙次数的统计, 随机抽取 40 人作为样本, 得到这 40 人每月刷牙的次数. 根据此数据作出了频数与频率的统计表和频率分布直方图如下:

分组	频数	频率
$[10, 15)$	10	0.25
$[15, 20)$	24	n
$[20, 25)$	4	p
$[25, 30)$	2	0.05
合计	40	1



第(16)题图

(I) 求出表中 p 及图中 a 的值;

(II) 若该社区有 240 人, 试估计该社区每月刷牙次数在区间 $[10, 15)$ 内的人数;

(III) 在所取样本中, 从每月刷牙的次数不少于 20 次的人员中任选 2 人, 求至多一人每月刷牙次数在区间 $[25, 30)$ 内的概率.

(17) (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 对边分别为 a, b, c . 已知 $\frac{b}{a+c} = 1 - \frac{\sin C}{\sin A + \sin B}$.

(I) 求 $\tan A$;

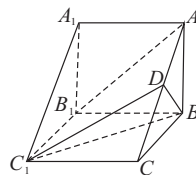
(II) 若 $b=5, \vec{CA} \cdot \vec{CB} = -5$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

(18) (本小题满分 12 分)

如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧棱 $AA_1 \perp$ 底面 ABC , $\triangle ABC$ 是等边三角形, D 为 AC 的中点.

(I) 平面 $C_1BD \perp$ 平面 A_1ACC_1 ;

(II) 求证: AB_1 上任意点到平面 BC_1D 的距离相等.



第(18)题图

(19) (本小题满分 13 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 中 $a_{n+1} > a_n (n \in \mathbf{N}^*)$ 恒成立, 且 a_2, a_5 是函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 10x + 5$ 的两个极值点. 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = (\frac{1}{2})^n, n \in \mathbf{N}^*$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 已知 $c_n = a_n \cdot b_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

(20) (本小题满分 13 分)

已知函数 $f(x) = x^2 + \ln x - ax, g(x) = e^{2x} - ae^x - 1$, 若 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上是增函数.

(I) 求 a 的取值范围;

(II) 求 $g(x)$ 在 $x \in [0, \ln 3]$ 时的最小值.

(21) (本小题满分 13 分)

已知 $(1, e)$ 和 $(e, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 为椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上两定点, 其中 e 为椭圆的离心率.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 已知 $Q(x_0, y_0) (x_0 y_0 \neq 0)$ 为椭圆 C 上一点, 定点 $A(0, \sqrt{2})$, 过 Q 且与 x 轴垂直的直线交 x 轴于 E 点, 过点 A 且与 AE 垂直的直线交 x 轴于 D 点. 点 G 是点 D 关于原点的对称点, 证明: 直线 QG 与椭圆 C 只有一个公共点.