

数学(四)(理科)参考答案

一、选择题:本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. A 【解析】 $z = \frac{2}{1+i} + (1+i)^2 = \frac{2(1-i)}{(1+i)(1-i)} + 2i = 1-i+2i = 1+i$, 所以 $\bar{z} = 1-i$, 所以 $|\bar{z}| = \sqrt{2}$.
2. B 【解析】因为 $A = \{x \mid |2x+3| < 7\} = \{x \mid -5 < x < 2\}$, $B = \{x \mid y = \log_2(x^2-4)\} = \{x \mid x > 2 \text{ 或 } x < -2\}$, 所以 $A \cap B = \{x \mid -5 < x < -2\}$, 所以 $C_U(A \cap B) = \{x \mid x \leq -5 \text{ 或 } x \geq -2\}$.
3. C 【解析】由三视图可知该几何体是四棱锥,顶点在底面的射影是底面矩形的长边的中点,底面边长分别为 m, n , $\triangle ABC$ 为等腰三角形,其高 $AD = \sqrt{5}$,即为四棱锥的高,故四棱锥的体积为 $V = \frac{1}{3} \cdot m \cdot n \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$, 则 $m \cdot n = 6$, 因为 $m > 0, n > 0$, 由基本不等式知识可得 $m+n \geq 2\sqrt{mn} = 2\sqrt{6}$.

4. C 【解析】第一次运行,满足条件循环 $s = 2 - 1 = 1, k = 2$. 第二次运行,满足条件循环 $s = 2 \times 1 - 2 = 0, k = 3$. 第三次运行,满足条件循环 $s = 2 \times 0 - 3 = -3, k = 4$. 第四次运行,满足条件循环 $s = 2 \times (-3) - 4 = -10, k = 5$. 此时不满足条件,输出 $s = -10$, 故 $\int_1^2 (-10x) dx + \int_1^2 2 dx = -5x^2 \Big|_1^2 + 2x \Big|_1^2 = -13$.

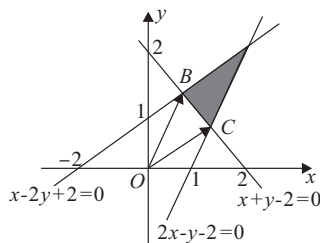
5. D 【解析】由题设抛物线的标准方程为 $y^2 = 2p_1x (p_1 > 0)$ 或 $x^2 = 2p_2y (p_2 > 0)$, 由题 $2^2 = 2p_1 \cdot 1$, 故 $p_1 = 2$, 从而焦点的坐标为 $(1, 0)$, 同理可得 $p_2 = \frac{1}{4}$, 其焦点坐标为 $(0, \frac{1}{8})$, 易知 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 在一三象限内的渐近线的方程为 $y - \sqrt{3}x = 0$, 故抛物线线的焦点与双曲线在一三象限内的渐近线的距离为 $\frac{|(-\sqrt{3}) \times 1 + 0 \times 1|}{\sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $\frac{|(-\sqrt{3}) \times 0 + \frac{1}{8} \times 1|}{\sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 1^2}} = \frac{1}{16}$.

6. C 【解析】当 B, C 处于如图所示位置时, $\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ 的夹角 θ 最大, 易知 B

$$\left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right), C \left(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right), \text{ 则 } \cos \theta = \frac{\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC}}{|\overrightarrow{OB}| |\overrightarrow{OC}|} =$$

$$\frac{\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} + \frac{4}{3} \times \frac{2}{3}}{\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} \times \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2}} = \frac{4}{5}, \text{ 则 } 0 < \theta < \frac{\pi}{2}, \text{ 且 } \sin \theta = \frac{3}{5}, \text{ 因为}$$

$$\tan \theta \text{ 为 } (0, \frac{\pi}{2}) \text{ 上的增函数, 则 } \tan \theta \text{ 的最大值为 } \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{3}{4}.$$

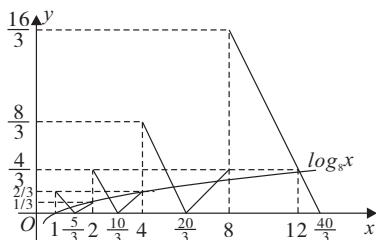


7. C 【解析】将函数 $y = \sin(2x + \theta)$ 的图象沿 x 轴向右平移 $\frac{\pi}{16}$ 个单位, 得到的解析式是: $y = \sin[2(x - \frac{\pi}{16}) + \theta] = \sin(2x - \frac{\pi}{8} + \theta)$, 因为图像关于 y 轴对称, 所以函数 $y = \sin(2x - \frac{\pi}{8} + \theta)$ 是偶函数, 所以 $-\frac{\pi}{8} + \theta = k\pi + \frac{\pi}{2}$, 即 $\theta = k\pi + \frac{5\pi}{8}$, 显然 $k=0$ 时, $\theta = \frac{5\pi}{8}$, 故 p 是 q 的充要条件.

8. D 【解析】因为 $a \perp b$, 所以 $a \cdot b = 4 - 2m = 0$, 解得 $m = 2$. 则 $a - b = (-3, -4)$. 则向量 b 在 $a - b$ 方向上的投影为 $|b| \cos \theta = \frac{(a-b) \cdot b}{|a-b|} = \frac{(-3, -4) \cdot (4, 2)}{\sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}} = -4$.

9. C 【解析】第一步先确定去一号场地的两名裁判,方法有 $C_3^2 C_2^1 C_2^1 = 12$ 种;第二步确定去二号场地的两名裁判,方法有 $C_2^1 C_2^1 = 4$ 种,余下的两名去三号场地,因此不同的安排方案共有 12×4 种,选 C.

10. A 【解析】先作出 $f(x)$ 的图象,然后利用数形结合思想判断函数 $y = \log_8 x$ 与函数 $y = f(x)$ 当 $1 \leq x \leq 12$ 的交点个数即可. 由题可知,当 $x \in [1, 2)$ 时, $f(x) = \left| x - \frac{5}{3} \right|$, 当 $x \in [1, +\infty)$ 时, $f(2x) = 2f(x)$, 则当 $x \in [2, 4)$ 时, $\frac{x}{2} \in [1, 2)$, $f(x) = 2f(\frac{x}{2}) = 2 \left| \frac{x}{2} - \frac{5}{3} \right|$; $x \in [4, 8)$ 时, $\frac{x}{2} \in [2, 4)$, $f(x) = 2f(\frac{x}{2}) = 2 \times 2 \left| \frac{x}{4} - \frac{5}{3} \right| = 4 \left| \frac{x}{4} - \frac{5}{3} \right|$; $x \in [8, 16)$ 时, $\frac{x}{2} \in [4, 8)$, $f(x) = 2f(\frac{x}{2}) = 8 \left| \frac{x}{8} - \frac{5}{3} \right|$, 在同一直角坐



标系中作出函数 $y = \log_8 x$ 与函数 $y = f(x)$ 当 $1 \leq x \leq 12$ 的图象如图:由图可知共有 4 个交点,故选择 A.

二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 5 分,共 25 分)

11. 1080 【解析】由题通项公式为 $T_{r+1} = C_n^r x^{\frac{n-r}{3}} (-3)^r x^{\frac{-r}{3}} = (-3)^r C_n^r x^{\frac{n-2r}{3}}$, $\therefore$ 第 9 项为常数项, $\therefore r = 8$ 时,有 $\frac{n-2r}{3} = 0$, 解得 $n = 16$, 令 $\frac{n-2r}{3} = 4$, 得 $r = \frac{1}{2}(n-12) = 2$, 故含 x^4 的项的二项式的系数为 $(-3)^r C_n^r = (-3)^2 C_{16}^2 = 1080$.

12. 0.05 【解析】由题 $a = 10, b = 40, c = 20, d = 30, n = 100$, 代入 $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ 得 $K^2 = 4.762$, 查看附表可得在犯错误的概率不超过 0.05 的前提下认为“爱好该项运动与性别有关”.

13. $2\sqrt{2}$ 【解析】由题曲线 $C_1: x^2 + y^2 + x - y = 0$, 曲线 $C_2: \begin{cases} \sin t = \frac{x+y}{2} \\ \cos t = \frac{y-x}{2} \end{cases}$, 即 $x^2 + y^2 = 2$, 因为 $|C_1 C_2| =$

$\sqrt{(-\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}$, 所以圆 $C_1: x^2 + y^2 + x - y = 0$ 与圆 $C_2: x^2 + y^2 = 2$ 内切, 所以红蚂蚁和黑蚂蚁之间的最大距离为圆 C_2 的直径 $2\sqrt{2}$.

14. $(\frac{1}{2})^{n-1}$ 【解析】令 $x_1 = x_2 = \frac{1}{2^{n+1}}$, 得 $f(\frac{1}{2^{n+1}} + \frac{1}{2^{n+1}}) = 1 + f(\frac{1}{2^{n+1}}) + f(\frac{1}{2^{n+1}})$, 即 $f(\frac{1}{2^n}) = 1 + 2f(\frac{1}{2^{n+1}})$, 则 $f(\frac{1}{2^n}) + 1 = 2[1 + f(\frac{1}{2^{n+1}})]$, 所以, 数列 $\{f(\frac{1}{2^n}) + 1\}$ 是等比数列, 公比 $q = \frac{1}{2}$, 首项 $f(\frac{1}{2}) + 1 = 1$, 则 $f(\frac{1}{2^n}) + 1 = 1 \times (\frac{1}{2})^{n-1} = (\frac{1}{2})^{n-1}$

15. (1)(2)(4) 【解析】(1) 由题 $g(x) = x + \sin x (x \in \mathbf{R})$, 因为 $g(-x) = -x + \sin(-x) = -g(x)$, 所以函数 $g(x)$ 为奇函数, 所以对任意实数 a , $g(a) + g(-a) = \log_2 \sin \frac{(4k+1)\pi}{2} = 0$ 恒成立, 故(1)正确. (2) 由题 $g'(x) = 1 + \cos x \geq 0$, 且在 $\mathbf{R}$ 上是增函数. 因为 $x+1 > x$, 所以 $g(x+1) > g(x)$ 恒成立, 故(2)

正确;(3)由(2)可知 $g(y^2 - 2y + 3) + g(x^2 - 4x + 1) \leq 0$ 得 $g(y^2 - 2y + 3) \leq g(-x^2 + 4x - 1)$, $y^2 - 2y + 3 \leq -x^2 + 4x - 1$, 即 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 \leq 0$, $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 \leq 1$, 其表示圆 $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$ 及其内部, 故(3)不正确;(4)易知 $M(-1, 2)$ 在圆外, 故 PM 的最大值为 $M(-1, 2)$ 到圆心的距离与半径之和 $\sqrt{(-1 - 2)^2 + (2 - 1)^2} + 1 = \sqrt{10} + 1$, 同理 PM 的最小值为 $M(-1, 2)$ 到圆心的距离与半径之差 $\sqrt{(-1 - 2)^2 + (2 - 1)^2} - 1 = \sqrt{10} - 1$, 故 PM 长度的取值范围为 $[\sqrt{10} - 1, \sqrt{10} + 1]$, 故(4)正确;(5)根据题目规定, $g^{(2)}(x) = 1 + \cos x, g^{(3)}(x) = -\sin x, g^{(4)}(x) = -\cos x, g^{(5)}(x) = \sin x, g^{(6)}(x) = \cos, g^{(7)}(x) = -\sin x, g^{(8)}(x) = -\cos x, \dots$, 容易发现从 $g^{(3)}(x)$ 到 $g^{(6)}(x)$ 为一个周期变化, 因为 $2015 - 2 = 2013 = 4 \times 503 + 1$, 所以 $g^{(2015)}(2015\pi) = -\sin 2015\pi = -\sin(2 \times 1007\pi + \pi) = 0$, 故(5)错误.

三、解答题(本大题共 6 大题, 共 75 分, 解答应写出必要的文字说明, 演算步骤或证明过程)

16. 【解析】(I) 记一、二、三关通过分别为事件 A, B, C , 则事件“得分不低于 6 分”表示为 $ABC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + \bar{A}BC$. 因为 $ABC, A\bar{B}C, AB\bar{C}, \bar{A}BC$ 为互斥事件, 且 A, B, C 彼此独立, 所以 $P(ABC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + \bar{A}BC) = P(A)P(B)P(C) + P(A)P(\bar{B})P(C) + P(A)P(B)P(\bar{C}) + P(\bar{A})P(B)P(C) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$; 6 分

(II) 该闯关成功的个数 ζ 的取值为 0, 1, 2, 3,

$$P(\zeta = 0) = P(\bar{A}\bar{B}\bar{C}) = P(\bar{A})P(\bar{B})P(\bar{C}) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{18},$$

$$P(\zeta = 1) = P(A\bar{B}\bar{C}) + P(\bar{A}B\bar{C}) + P(\bar{A}\bar{B}C) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{18},$$

$$P(\zeta = 2) = P(AB\bar{C}) + P(A\bar{B}C) + P(\bar{A}BC) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{8}{18},$$

$$P(\zeta = 3) = P(ABC) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{18}, \text{ 所以, 随机变量的分布列为}$$

ζ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{18}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{8}{18}$	$\frac{4}{18}$

$$\text{所以 } E\zeta = \frac{5}{18} + \frac{16}{18} + \frac{12}{18} = \frac{11}{6}. \text{ 12 分}$$

17. 【解析】(I) 由 $\frac{b}{a+c} = 1 - \frac{\sin C}{\sin A + \sin B} = \frac{\sin A + \sin B - \sin C}{\sin A + \sin B}$ 得: $\frac{b}{a+c} = \frac{a+b-c}{a+b}$,

$$\text{化简即为 } b^2 + c^2 - a^2 = bc, \text{ 再由余弦定理可得 } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{1}{2},$$

$$\text{所以 } A = \frac{\pi}{3}, \therefore \tan = \sqrt{3}. \text{ 6 分}$$

(II) 由 $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = -5$ 可得 $ab \cos C = -5$, 而 $b = 5$, 所以 $a \cos C = -1$ ①,

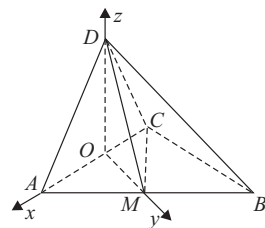
$$\text{由正弦定理 } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}, \text{ 得 } \frac{a}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{5}{\sin(\frac{2\pi}{3} - C)}, \text{ 即 } \frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{5}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cos C + \frac{1}{2} \sin C},$$

$$\text{整理即为 } \sqrt{3} a \cos C + a \sin C = 5\sqrt{3} \text{ ②, 将①代入②, 得 } a \sin C = 6\sqrt{3},$$

所以 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{1}{2}absinC = \frac{1}{2} \times 5 \times 6\sqrt{3} = 15\sqrt{3}$ 12 分

18. 【解析】(I) 在图 1 中, 可得 $AC = BC = 2\sqrt{2}$, 从而 $AC^2 + BC^2 = AB^2$, 故 $AC \perp BC$. 取 AC 中点 O 连结 DO , 则 $DO \perp AC$, 又面 $ADC \perp$ 面 ABC , 面 $ADC \cap$ 面 $ABC = AC, DO \subset$ 面 ADC , 从而 $OD \perp$ 平面 ABC .

$\therefore OD \perp BC$, 又 $AC \perp BC, AC \cap OD = O, \therefore BC \perp$ 平面 ADC , 又 $BC \subset$ 面 BCD , 所以平面 $BCD \perp$ 平面 ADC 6 分



(II) 建立空间直角坐标系 $O - xyz$ 如图所示,

则 $M(0, \sqrt{2}, 0), C(-\sqrt{2}, 0, 0), D(0, 0, \sqrt{2}), \overrightarrow{CM} = (\sqrt{2}, \sqrt{2}, 0)$

$\overrightarrow{CD} = (\sqrt{2}, 0, \sqrt{2})$, 设 $\mathbf{n}_1 = (x, y, z)$ 为面 CDM 的法向量, 则 $\begin{cases} \mathbf{n}_1 \cdot \overrightarrow{CM} = 0 \\ \mathbf{n}_1 \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \end{cases}$

即 $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{2}y = 0 \\ \sqrt{2}x + \sqrt{2}z = 0 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} y = -x \\ z = -x \end{cases}$. 令 $x = -1$, 可得 $\mathbf{n}_1 = (-1, 1, 1)$.

又 $\mathbf{n}_2 = (0, 1, 0)$ 为面 ACD 的一个法向量, $\therefore \cos \langle \mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2 \rangle = \frac{\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2}{|\mathbf{n}_1| |\mathbf{n}_2|} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore$ 二面角 $A - CD - M$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 12 分

19. 【解析】(I) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 10x + 5, x \in \mathbf{R}$, 则 $f'(x) = x^2 - 7x + 10$.

因为 a_2, a_5 是函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 10x + 5$ 的两个极值点, 则 $\begin{cases} a_2 + a_5 = 7 \\ a_2 \cdot a_5 = 10 \end{cases}$, 2 分

解得: $\begin{cases} a_2 = 2 \\ a_5 = 5 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a_2 = 5 \\ a_5 = 2 \end{cases}$ 4 分

又等差数列 $\{a_n\}$ 递增, 则 $\begin{cases} a_2 = 2 \\ a_5 = 5 \end{cases}$, 所以 $a_n = n, n \in \mathbf{N}^*$ 5 分

(II) 由 (I) 知: $a_n = n, n \in \mathbf{N}^*$ 且 $b_n = (\frac{1}{2})^n, n \in \mathbf{N}^*$ 6 分

则 $c_n = a_n \cdot b_n = n \cdot (\frac{1}{2})^n, n \in \mathbf{N}^*$ 7 分

所以 $T_n = 1 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot (\frac{1}{2})^2 + 3 \cdot (\frac{1}{2})^3 + \cdots + n \cdot (\frac{1}{2})^n$ ① 9 分

$\frac{1}{2}T_n = 1 \cdot (\frac{1}{2})^2 + 2 \cdot (\frac{1}{2})^3 + 3 \cdot (\frac{1}{2})^4 + \cdots + (n-1) \cdot (\frac{1}{2})^n + n \cdot (\frac{1}{2})^{n+1}$ ②. 10 分

① - ② 得: $\frac{1}{2}T_n = \frac{1}{2} + (\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2})^3 + \cdots + (\frac{1}{2})^n - n \cdot (\frac{1}{2})^{n+1} = 1 - (n+2)(\frac{1}{2})^{n+1}$.

所以 $T_n = 2 - (n+2)(\frac{1}{2})^n, n \in \mathbf{N}^*$ 12 分

20. 【解析】(I) 设椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 由题可知 $\begin{cases} e = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ c^2 = a^2 - b^2 \end{cases}$, 1 分

即 $\begin{cases} \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ c^2 = a^2 - 1 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a = \sqrt{2} \\ b = 1 \end{cases}$, 故椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$, 3 分

设 $Q(x, y), P(x_1, y_1)$, 因为 $A(2, 0)$, 所以 $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OQ} = (2 - x, -y) = (x_1, y_1)$,

又因为点 P 在已知椭圆上, 故 $\frac{(x-2)^2}{2} + y^2 = 1$ 为动点 Q 的轨迹方程. 5 分

(II) 椭圆的右焦点 $F(1, 0)$, 设直线 MN 的方程是 $x = my + 1$, 与 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 联立,

可得 $(m^2 + 2)y^2 + 2my - 1 = 0$, 设 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$, 则 $x_1 = my_1 + 1, x_2 = my_2 + 1$,

于是 $|MN| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{(m^2 + 1)} |y_1 - y_2|$, 8 分

由求根公式可得: $y_1 = \frac{-2m + \sqrt{(2m)^2 - 4(m^2 + 2)(-1)}}{2(m^2 + 2)}, y_2 = \frac{-2m - \sqrt{(2m)^2 - 4(m^2 + 2)(-1)}}{2(m^2 + 2)}$

所以 $|MN| = \frac{2\sqrt{2}(m^2 + 1)}{m^2 + 2}$, 点 $A(2, 0)$ 到直线 MN 的距离 $d = \frac{1}{\sqrt{m^2 + 1}}$,

于是的 $\triangle AMN$ 面积 $S = \frac{1}{2} |MN| d = \frac{\sqrt{2}(m^2 + 1)}{m^2 + 2}$ 10 分

$$S = \frac{\sqrt{2}(m^2 + 1)}{m^2 + 2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(m^2 + 1) + \frac{1}{m^2 + 1} + 2}} \leq \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2\sqrt{(m^2 + 1)\frac{1}{m^2 + 1}} + 2}} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

当且仅当 $m^2 + 1 = \frac{1}{m^2 + 1}$, 即 $m = 0$ 时取到等号. 故 $\triangle AMN$ 的面积的最大值是 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 13 分

21. 【解析】(I) 因为函数 $g(x)$ 同时满足 $g(x) - g(-x) = 0, g(x) + g(-x) = 0$,

所以 $g(x) = g(-x), g(x) = -g(-x)$,

即 $g(x) = 0$, 则 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 处的切线斜率为 0, 由题 $f'(x) = 2mx - (2m^2 + 4m + 1) + \frac{m+2}{x}$,

..... 2 分

得: $\begin{cases} f'(1) = 2m - (2m^2 + 4m + 1) + m + 2 = -2m^2 - m + 1 = 0 \\ f(1) = m(1 - 4) - (2m^2 + 1) = -2m^2 - 3m - 1 = 0 \end{cases}$

解得 $m = -1$, 故 $f(x) = -x^2 + x + \ln x$, 所以 $f'(x) = \frac{(-2x - 1)(x - 1)}{x} (x \in (0, +\infty))$

令 $f'(x) = 0$ 得 $x = 1$ 或 $x = -\frac{1}{2}$ (舍去) 4 分

当 $0 < x < 1$ 时, $f'(x) > 0$; 当 $x > 1$ 时, $f'(x) < 0$.

所以函数 $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 上单调递增, 在区间 $(1, +\infty)$ 上单调递减.

所以当 $x = 1$ 时, 函数 $f(x)$ 取得极大值,

即最大值为 $f(1) = \ln 1 - 1^2 + 1 = 0$, 则 $k^2 - 2k > 0$, 解得 $k < 0$ 或 $k > 2$ 6 分

(II) 由题 $f(x) \geq \frac{(p-2)x}{2} + \frac{p+2}{2x} + 2x - x^2$,

即 $2f(x) - (p-2)x - \frac{p+2}{x} - 4x + 2x^2 \geq 0$,

设 $F(x) = 2f(x) - (p-2)x - \frac{p+2}{x} - 4x + 2x^2 = 2\ln x - px - \frac{p+2}{x}$

由题,则 $F(x)$ 的最小值 $F(x)_{\min} \geq 0$ (*)

$$F'(x) = \frac{2}{x} - p + \frac{p+2}{x^2} = \frac{-px^2 + 2x + (p+2)}{x^2} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

(1) 当 $p=0$ 时, $F'(x) = \frac{2x+2}{x^2} > 0$, $F(x)$ 在 $[1, 2]$ 递增

所以 $F(x)$ 的最小值 $F(1) = -2 < 0$, 不满足 (*) 式, 所以 $p=0$ 不成立; $\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

$$(2) \text{ 当 } p \neq 0 \text{ 时 } F'(x) = \frac{-p(x+1)(x-\frac{p+2}{p})}{x^2}$$

① 当 $-1 < p < 0$ 时, $1 + \frac{2}{p} < -1$, 此时 $F(x)$ 在 $[1, 2]$ 递增,

$F(x)$ 的最小值 $F(1) = -2p - 2 < 0$, 不满足 (*) 式

② 当 $p < -1$ 时, $-1 < 1 + \frac{2}{p} \leq 1$, $F(x)$ 在 $[1, 2]$ 递增,

所以 $F(x)_{\min} = F(1) = -2p - 2 \geq 0$, 解得 $p \leq -1$, 此时 $p < -1$ 满足 (*) 式

③ 当 $p = -1$ 时, $F(x)$ 在 $[1, 2]$ 递增, $F(x)_{\min} = F(1) = 0$, $p = -1$ 满足 (*) 式

综上, 所求实数 p 的取值范围为 $p \leq -1$. $\dots\dots\dots 14 \text{ 分}$