



2015 年安徽省高考模拟试卷(三)

数 学(文科)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。第 I 卷第 1 至第 2 页,第 II 卷第 3 至第 4 页。全卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

考生注意事项:

1. 答题前,考生务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的姓名、座位号。
2. 答第 I 卷时,每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。
3. 答第 II 卷时,必须使用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上书写,要求字体工整、笔迹清晰。作图题可用铅笔在答题卡规定位置画出,确认后再用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔描清楚。必须在题号所指示的答题区域作答,超出答题区域书写的答案无效,在试题卷、草稿纸上答题无效。
4. 考试结束,务必将试题卷和答题卡一并上交。

第 I 卷(选择题 共 50 分)

一、选择题:本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

(1)若复数 z 满足 $z(1+i) = |2+i|$ (i 是虚数单位)则 z 的虚部是

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{2}i$ C. $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{5}}{2}i$

(2)若已知 m, n 是两条直线, α, β 是两个平面,则 $\alpha \perp \beta$ 的一个充分不必要条件是

- A. $m \perp \alpha, n \subset \beta, m \perp n$ B. $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m \perp n, m \parallel \beta, n \parallel \beta$
C. $m \perp \beta, n \subset \alpha, m \parallel n$ D. $m \subset \alpha, n \subset \beta, m \perp n$

(3)已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{m}{x} & (x \geq 2) \\ x^2 - mx + 11 & (x < 2) \end{cases}$ 在 $\mathbf{R}$ 上是减函数,则实数 m 的范围是

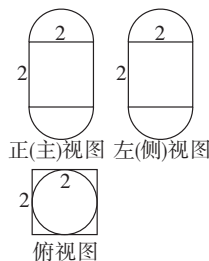
- A. $(0, 4]$ B. $[4, +\infty)$ C. $[2, 4]$ D. $[4, 6]$

(4)已知双曲线 $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{4} = 1$ 的离心率是 3,则渐近线方程是

- A. $\sqrt{2}x \pm y = 0$ B. $2\sqrt{2}x \pm y = 0$ C. $x \pm \sqrt{2}y = 0$ D. $x \pm 2\sqrt{2}y = 0$

(5)某几何体的三视图如图所示,则该几何体的体积是

- A. $16 + 4\pi$ B. $12 + 6\pi$ C. $8 + \frac{4\pi}{3}$ D. $4 + \frac{2\pi}{3}$



第(5)题图

(6) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x & (x \leq 0) \\ |\log_2 x| & (x > 0) \end{cases}$, 若方程 $f(x) = a$ 恒有三个实数解, 则 a 的取值范围是

- A. $[1, +\infty)$ B. $(0, +\infty)$ C. $(0, 2)$ D. $(0, 1]$

(7) 执行如图所示的程序框图, 若输入 $m = 6$, 则输出 $n =$

- A. 3 B. 1 C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{5}{3}$

(8) 已知 (x, y) 满足 $\begin{cases} x - y - 2 \leq 0 \\ 3x + y - 6 \geq 0 \\ x + 3y - 10 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = \frac{x+1}{y+1}$ 取值范围是

- A. $[\frac{1}{3}, 2]$ B. $[\frac{1}{2}, 3]$ C. $[\frac{1}{3}, 1]$ D. $[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}]$

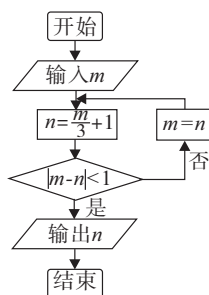
(9) 已知数列 $\{a_n\} (n \in \mathbf{N}^*)$ 中, 圆 $C_1: x^2 + y^2 - 2a_n x - 2a_{2015-n} y = 0$, 圆 $C_2: x^2 + y^2 - 6x - 6y = 0$, 若圆 C_1 始终平分圆 C_2 的周长, 则 $\{a_n\}$ 的所有项的和为

- A. 1007 B. 2014 C. 3027 D. 6042

(10) 对于集合 $A = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 和常数 x_0 , 定义: $\sigma = \frac{\cos^2(x_1 - x_0) + \cos^2(x_2 - x_0) + \dots + \cos^2(x_n - x_0)}{n}$ 为

集合 $A = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 相对于 x_0 的“余弦方差”, 则集合 $A = \{\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\}$ 相对于 x_0 的“余弦方差”是

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1



第(7)题图

第Ⅱ卷(非选择题 共100分)

考生注意事项:

请用0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上作答,在试卷上作答无效.

二、填空题:本大题共5小题,每小题5分,共25分.把答案填在答题卡的相应位置.

(11) 已知 $a = 0.6^{0.25}$, $b = 0.75^{0.5}$, $c = \log_{0.09} 0.3$, 则 a, b, c 从小到大的顺序依次是_____.

(12) 在一组样本的数据的频率分布直方图中, 共有7个小矩形, 若第一个小矩形的面积是其余小矩形的面积和的 $\frac{3}{5}$, 且第一小组的频数是60, 则样本总量是_____.

(13) 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点是 F , 点 A 是抛物线 C 上的动点, 若 $\triangle AOF$ 的外接圆与抛物线的准线相切, 且外接圆的面积是 16π , 则 p 的值是_____.

(14) 已知 $a = (0, 4)$, $b = (x, y)$, b 与 $a - b$ 的夹角是 $\frac{2\pi}{3}$, 则 $|b|$ 的最大值是_____.

(15) 对于两个图形 F_1, F_2 , 我们将图形 F_1 上的任意一点与图形 F_2 上的任意一点间的距离中的最小值, 叫做图形 F_1 与图形 F_2 的距离. 若两个函数图像的距离小于1, 称这两个函数互为“可及函数”. 给出下列几对函数, 其中互为“可及函数”的是_____. (写出所有符合函数的序号)

① $f(x) = \cos x, g(x) = 2$;

② $f(x) = e^x, g(x) = x$;

③ $f(x) = \log_2(x^2 - 2x + 5), g(x) = \sin \frac{\pi}{2}x$;

④ $f(x) = x + \frac{2}{x}, g(x) = \ln x + 2$;

⑤ $f(x) = \sqrt{4 - x^2}, g(x) = \frac{3}{4}x + \frac{15}{4}$.

三. 解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 解答应写在答题卡上的指定区域内.

(16) (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 在一个周期内的图像上点的坐标数据如下表所示:

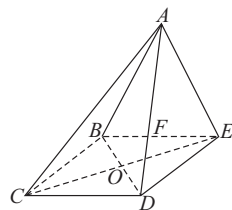
x		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{2\pi}{3}$	
$\omega x + \varphi$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$A \sin(\omega x + \varphi)$	0	3	0	-3	

(I) 请将上述表格中的数据补全, 直接写出 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的解析式, 求出函数的单调递增区间;

(II) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c 若 $f(B) = 3, b = 2, 2\sin A = \sqrt{3} \sin C$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

(17) (本小题满分 12 分)

如图所示, 几何体 $A-BCDE$ 是底面为 4 的菱形, $\angle CBE = 120^\circ$, 侧面 ABE 是等边三角形, $BD \cap CE = O, F$ 是 BE 上的动点, 面 $ABE \perp$ 面 $BCDE$.



第(17)题图

(I) 当 F 在何处时, $OF \parallel$ 面 ABC ;

(II) 求三棱锥 $D-ABE$ 的表面积.

(18) (本小题满分 12 分)

某校举行“中国梦, 我的梦”大型演讲比赛, 分成高一, 高二, 高三三个组别共 120 人, 各组别中男女学生人数如下表:

	高一	高二	高三
男	a	c	5
女	b	22	15

已知在全体参赛学生中随机抽取 1 人, 该生是高一组男生、高二组男生的概率分别是 0.2 和 0.15.

(I) 求 a, b, c 的值;

(II) 为了了解参赛学生的综合素质, 现从参赛学生中按 1:20 的比列抽取选手进行综合素质测评, 在选取的 6 人中, 随机抽取 2 人进行面试, 求两名选手分别来自两个年级的概率.

(19) (本小题满分 13 分)

已知 $f(x) = -2\ln x + 2mx^2 + (8 - m)x$.

(I) 若 $y = f(x)$ 在 $x = 2$ 处有极值, 求 m 的值;

(II) 求 $y = f(x)$ 在 $[m^2, m]$ 上的最小值.

(20) (本小题满分 13 分)

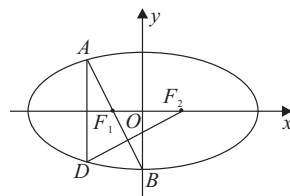
已知数列 $\{a_n^2\}$ (其中 $a_n > 0$) 的前 n 项和为 S_n , 且点 (n, S_n) 在曲线 $x^2 + x - 2y = 0$ 上.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n ;

(II) 设 $b_n = \frac{1}{a_{n+1} + a_n}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 B_n , 是否存在正整数 m 使得 $\frac{mB_n + m}{a_n^2 + 9} < 1$ 恒成立, 若存在求 m 的最大值, 若不存在试说明理由.

(21) (本小题满分 13 分)

如图所示, 在椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 中, F_1, F_2 分别是椭圆的左、右焦点, 点 $B(0, -b)$ 是椭圆 C 的下顶点, BF_1 的延长线交椭圆 C 于点 A , 点 D 和点 A 关于 x 轴对称, 联结 DF_2 .



第(21)题图

(I) 若 $|BF_1| = 2$, 点 $D\left(-\frac{8\sqrt{3}}{7}, -\frac{1}{7}\right)$ 时, 求椭圆 C 的标准方程;

(II) 若 $\overrightarrow{DF_2} \cdot \overrightarrow{BA} = 0$, 求椭圆 C 的离心率 e .