



2015 年安徽省高考模拟试卷(四)

数 学(理科)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。第 I 卷第 1 至第 2 页,第 II 卷第 3 至第 4 页。全卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

考生注意事项:

1. 答题前,考生务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的姓名、座位号。
2. 答第 I 卷时,每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。
3. 答第 II 卷时,必须使用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上书写,要求字体工整、笔迹清晰。作图题可用铅笔在答题卡规定位置画出,确认后再用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔描清楚。必须在题号所指示的答题区域作答,超出答题区域书写的答案无效,在试题卷、草稿纸上答题无效。
4. 考试结束,务必将试题卷和答题卡一并上交。

第 I 卷(选择题 共 50 分)

一、选择题:本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

(1) 已知 i 为虚数单位,设复数 $z = \frac{2}{1+i} + (1+i)^2$, 则复数 z 的共轭复数的模为

- A. $\sqrt{2}$ B. 1 C. 2 D. $\sqrt{3}$

(2) 若全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid |2x+3| < 7\}$, $B = \{x \mid y = \log_2(x^2 - 4)\}$,

则 $C_U(A \cap B) =$

- A. $\{x \mid x < -5 \text{ 或 } x > -2\}$ B. $\{x \mid x \leq -5 \text{ 或 } x \geq -2\}$
C. $\{x \mid x \leq -3 \text{ 或 } x \geq -1\}$ D. $\{x \mid x < -3 \text{ 或 } x > 1\}$

(3) 已知某几何体的三视图如图所示,其体积 V 为定值 $2\sqrt{5}$, $AB = AC$,

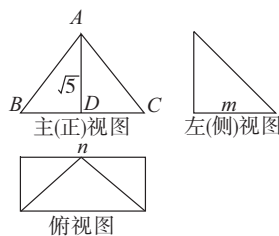
$AD \perp BC$, $AD = \sqrt{5}$, 则 $m + n$ 的最小值为

- A. $\sqrt{6}$ B. $\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{6}$ D. $2\sqrt{3}$

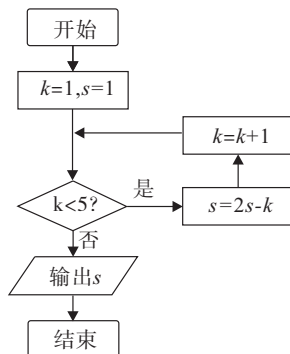
(4) 执行如图所示的程序框图, 则 $\int_1^2 (sx + 2) dx =$

- A. -10 B. -15 C. -13 D. -17

(5) 已知圣城奥林匹亚的赫拉神庙内的奥运圣火采集器是一个凹面镜, 当抛物线沿着对称轴旋转, 就能得到一个抛物面, 太阳光射向凹面镜并反射后会



第(3)题图



第(4)题图

聚在焦点上,焦点上的温度极高从而将火炬点燃.某校鲁班学习小组利用社会课余时间模拟制作奥运圣火采集器,已知他们所制作圣火采集器的抛物面的轴切线(经过抛物线 C 的对称轴的平面与抛物面的交线)为抛物线,以抛物线的对称轴为坐标轴,顶点为原点的抛物线经过定点 $P(1,2)$,则抛物线的焦点与双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 经过第一、三象限内的渐近线的距离为

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{16}$ C. $\frac{1}{16}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $\frac{1}{16}$

(6) 已知变量 x, y 满足的不等式组 $\begin{cases} 2x - y - 2 \leq 0 \\ x - 2y + 2 \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \end{cases}$ 表示的区域为 D , B, C 为区域内任意两点, 设 $\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ 的

夹角为 θ , 则 $\tan \theta$ 的最大值是

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{5}$

(7) 已知命题 p : “将函数 $y = \sin(2x + \theta)$ 的图象沿 x 轴向右平移 $\frac{\pi}{16}$ 个单位后, 得到一个关于 y 轴对称的

图象”, 命题 q : “ $\theta = k\pi + \frac{5\pi}{8} (k \in \mathbf{Z})$ ”, 则 p 是 q 的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

(8) 已知平面向量 $a = (1, -2)$, $b = (4, m)$, 且 $a \perp b$, 则向量 b 在 $a - b$ 方向上的投影为

- A. $\sqrt{5}$ B. $-2\sqrt{5}$ C. 4 D. -4

(9) 在某国际级乒乓球比赛中, 组委会将来自中国、英国、瑞典的六名乒乓球裁判(其中每个国家各两名)安排到某个比赛场馆的一号、二号和三号场地进行裁判工作, 要求每个场地都有两名裁判, 且这两名裁判来自不同的国家, 则不同的安排方案共有

- A. 96 种 B. 90 种 C. 48 种 D. 24 种

(10) 已知函数 $f(x) = \left| x - \frac{5}{3} \right|$, $x \in [1, 2]$, 当 $x \in [1, +\infty)$ 时, $f(2x) = 2f(x)$, 则方程 $f(x) = \log_8 x$ ($1 \leq x \leq 12$) 的根的个数为

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

第 II 卷(非选择题 共 100 分)

考生注意事项:

请用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上作答, 在试卷上作答无效.

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

(11) 已知在 $\left(\sqrt[3]{x} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$ 的展开式中, 第 9 项为常数项, 求含 x^4 的项的二项式系数为_____.

(12) 北京时间 2014 年 9 月 30 日晚, 李娜的退役仪式在中网现场举行. WTA 主席阿拉斯特女士和李娜好朋友科维托娃先后发言并都盛赞李娜对中国、亚洲乃至整个女子网坛的影响和贡献, 纳达尔亲自为李娜献花. 近几年, 网球运动更是得到了迅速推广和发展, 群众基础更加坚实, 现随机询问 100 名性别不同的中学生是否爱好网球运动, 得到如下的列联表:

	男	女	总计
爱好	10	40	50
不爱好	20	30	50
总计	30	70	100

附表

$p(K^2 \geq k)$	0.10	0.05	0.025
k	2.706	3.841	5.024

则在犯错误的概率不超过_____的前提下认为“爱好该项运动与性别有关”.

(附: 随机变量 $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$)

(13) 已知曲线 C_1 的极坐标方程 $\rho = \sin\theta - \cos\theta$ 和曲线 C_2 的参数方程 $\begin{cases} x = \sin t - \cos t \\ y = \sin t + \cos t \end{cases}$ (t 为参数), 若红蚂蚁和黑蚂蚁分别在曲线 C_1 和曲线 C_2 上爬行, 则红蚂蚁和黑蚂蚁之间的最大距离为_____ (视蚂蚁为点).

(14) 已知函数 $f(x)$ 过定点 $(1, 1)$, 且对任意实数 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x_1 + x_2) = 1 + f(x_1) + f(x_2)$, 则 $f\left(\frac{1}{2^n}\right) + 1 =$ _____.

(15) 已知 $g(x) = x + \sin x$ ($x \in \mathbf{R}$), 定点 $M(-1, 2)$, 动点 $P(x, y)$, 且不等式 $g(y^2 - 2y + 3) + g(x^2 - 4x + 1) \leq 0$ 恒成立, 则下列命题正确的是_____ (写出所有正确命题的编号).

① 设 a 为任意实数, 则 $g(a) + g(-a) = \log_2 \sin \frac{(4k+1)\pi}{2}$ 恒成立;

② 任意的 $x \in \mathbf{R}$, 必有 $g(x+1) > g(x)$;

③ 动点 $P(x, y)$ 表示圆 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$;

④ 线段 PM 长度的取值范围为 $[\sqrt{10}-1, \sqrt{10}+1]$;

⑤ 若记 $g(x) = g^{(1)}(x)$, $g^{(1)}(x)$ 求导的结果为 $g^{(2)}(x)$, $g^{(2)}(x)$ 求导的结果为 $g^{(3)}(x)$, 以此类推, 则 $g^{(2015)}(2015\pi) = -1$.

三. 解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 解答应写在答题卡上的指定区域内.

(16) (本小题满分 12 分)

安徽卫视《男生女生向前冲》为一档著名的闯关类电视节目, 过关以后的奖品也颇为丰厚, 已知在某次改版测试赛阶段选手通过一、二、三关的概率分别为 $\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$, 所得分数分别记 3 分、3 分、4 分, 若某关没有闯过, 则该关记 0 分, 且可以继续闯下一关, 各关之间互不影响.

(I) 如果闯关得分不低于 6 分则获奖, 求获奖的概率;

(II) 记闯关成功的个数为随机变量 ζ , 求 ζ 的分布列与数学期望.

(17) (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 对边分别为 a, b, c . 已知 $\frac{b}{a+c} = 1 - \frac{\sin C}{\sin A + \sin B}$.

(I) 求 $\tan A$;

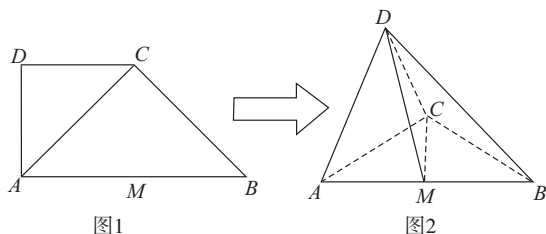
(II) 若 $b=5, \vec{CA} \cdot \vec{CB} = -5$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

(18) (本小题满分 12 分)

如图 1, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \perp CD, CD \parallel AB, AB = 2AD = 2CD = 4, M$ 为线段 AB 的中点. 将 $\triangle ADC$ 沿 AC 折起, 使平面 $ADC \perp$ 平面 ABC , 得到几何体 $D-ABC$, 如图 2 所示.

(I) 求证: 平面 $BCD \perp$ 平面 ACD ;

(II) 求二面角 $A-CD-M$ 的余弦值.



第(18)题图

(19) (本小题满分 12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 中 $a_{n+1} > a_n (n \in \mathbf{N}^*)$ 恒成立, 且 a_2, a_5 是函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 10x + 5$ 的两个极值点. 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = (\frac{1}{2})^n, n \in \mathbf{N}^*$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 已知 $c_n = a_n \cdot b_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

(20) (本小题满分 13 分)

已知椭圆 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 短轴长为 2, O 为坐标原点, 定点 $A(2, 0)$, 点 P 在已知椭圆 C 上, 动点 Q 满足 $\vec{OQ} = \vec{OA} + \vec{OP}$.

(I) 求动点 Q 的轨迹方程;

(II) 过椭圆 C 右焦点 F 的直线与椭圆 C 交于点 M, N , 求 $\triangle AMN$ 的面积的最大值.

(21) (本小题满分 14 分)

已知关于 x 的函数 $f(x) = m(x^2 - 4x + \ln x) - (2m^2 + 1)x + 2\ln x$, 其中 $m \in \mathbf{R}$, 其在 $(1, 0)$ 处的切线所对应的函数 $g(x)$ 同时满足 $g(x) - g(-x) = 0, g(x) + g(-x) = 0$.

(I) 已知函数 $f(x)$ 的图象与直线 $y = k^2 - 2k$ 无公共点, 求实数 k 的取值范围;

(II) 已知 $p \leq 0$, 若对任意的 $x \in [1, 2]$, 总有 $f(x) \geq \frac{(p-2)x}{2} + \frac{p+2}{2x} + 2x - x^2$ 成立, 求 p 的取值范围.